

從單張影像還原肇事現場

黃怡碩¹

摘要

近年來，交通肇事糾紛頻傳。發生糾紛的原因眾多，但交通事故現場圖品質的優劣，仍是作為肇事原因鑑定及責任歸屬判斷的主要依據。事故現場處理人員一方面須要處理事故，另一方面需要維持事故現場之交通流暢，常常會造成無心之差錯。待發現錯誤時，欲回現場重新蒐集資料，卻常發現現場基證已遭破壞，肇事現場無法重建。所幸，事故處理人員常常在肇事現場拍攝相片存檔，這相片就成為肇事現場重建的重要依據。利用空間中物體、相片中所拍攝的物體與拍攝者間之幾何關係，重現肇事現場之實際情形已早被運用於攝影測量中。網格法是一種簡易的攝影測量方法並且早已被使用於決定相片中物體的實際位置或推估相片中物體的大小尺寸。但由於在以人工製作網格過程，易產生人為之偏差。本研究利用人類視覺系統成像的原理，利用代數幾何(又被稱為 Grassmann-Cayley 代數)模擬其運算模式，進而推估所拍攝影像中物體的相對位置並發現拍攝者拍攝相片時相機的相對位置。藉著所建立的幾何代數關係，將相片中各重要點轉換至真實的環境座標。本研究充分利用現場量測資訊與所拍攝之單張影像，建立肇事現場之三維資訊。

壹、前言

近年來，空間資訊系統被廣泛地運用在各個不同領域上。針對不同的空間資訊系統的應用，需要蒐集資料的對象也不相同。但隨著電腦科技的發展，資料儲存與讀取的速度是以往無法想像，致使從前想要蒐集卻無法展示的資料，可以清楚的顯示並作進一步的空間分析。在所蒐集的資訊中，以影像資料的蒐集最為普遍。若能從所獲的影像，攫取影像所蘊藏的空間資訊，似乎更能簡化空間資訊的蒐集。尤其，在交通肇事現場，現場肇事處理人員所拍攝的影像，正可彌補事故處理人員在有限處理時間所欠缺的量測資料。如何從所拍攝的影像中，攫取影像中所蘊藏的空間資訊，遂成為重要的研究課題。

攫取影像中所蘊藏的空間資訊需要找出影像座標系統與真實空間座標系統彼此間的轉換關係式。一般而言，若能獲得拍攝影像相機的成像改正參數，從所拍攝的影像攫取空間資訊是有可能的，但相機改正參數一般是不易獲得的。為解

¹ 朝陽科技大學營建工程系助理教授

決此一問題，使用至少兩張以上相片配合佈設已知座標的控制點，建立空間中物體、影像所拍攝物體與相機位置間的空間幾何關係，利用最小自乘平差法(Least Squares)，找出相片中物體的相片座標對應在實際空間的最佳座標。這樣的處理原則可見於攝影測量相關文獻(Wolf, 1983; Mikhail, 2001)，相關文獻亦證實所獲得的結果其精度亦高。但在拍攝影像過程中，所拍攝的影像彼此間需要有共同重疊部分，方可求出最佳解，如無重疊部分，則無法從影像中攫取影像所蘊藏的空間資訊。一般所蒐集的影像在蒐集過程中，往往忽略影像所拍攝的重疊範圍，使得從影像中攫取空間資訊困難。如果能從任何一張所拍攝的影像中攫取空間資訊，似乎更能滿足實際的需求。

從單張影像中獲得影像中的空間資訊早已被廣泛地運用。早期交通肇事的鑑定，可以從現場所拍攝的相片中獲得肇事雙方的相關位置，展繪成圖，再由此相關位置圖推估肇事原因(Baker, 1986; River, 1980; 王瑩瑋, 1996)，判定肇事責任歸屬。但由於所使用的方法，或因量測結果之準確度低，或需額外輔助工具，尚未被廣泛地採用於空間資料的蒐集。本文著重於從單張影像攫取空間資訊的幾何建立，便於空間資訊的攫取。藉著簡單的量測結果，決定影像中物體的三維空間位置。

本文引用代數幾何建構空間中物體、物體在影像中之座標與相機位置間的幾何關係。Grassmann-Cayley 代數(也被稱為幾何代數)已廣泛被應用在物理上，更被用於蒐集空間資訊(Carlsson, 94; Faugeras and Papadopoulo, 1997)。基本上，Grassmann-Cayley 定義兩類運算元：一為結合運算元，另一為相交運算元。這兩類運算元是在向量空間的幾何運算元。儘管從單張影像所獲得空間資訊的精度在早期較差，但仍有許多人投入這個研究領域，提昇所獲得空間資訊的精度(Reid, 1996; Kim, 1998; Crimini, 2000)。本文主要分成兩個部分：首先建立空間參考平面與影像中所對應參考平面的轉換關係；利用 Grassmann-Cayley 代數建構影像消失點(vanishing point)，利用空間物體在轉換至影像平面所保持幾何不變特性，藉由量測相片中物件兩點間的垂直距離，計算其所對應的真實空間垂直距離。

本文依其組織結構分成若干個部分：Grassmann-Cayley 代數首先被介紹；利用 Grassmann-Cayley 代數建立單張相片的幾何模組-闡釋空間中物體、影像中物體座標與相機位置間的幾何關係；簡單的應用例子會被展示；最後，針對未來發展趨勢進行討論。

貳、Grassmann-Cayley 代數

代數幾何(Algebraic Geometry)緊密地與投影幾何(Projective Geometry)、複變分析(Complex Analysis)、拓樸(Topology)、數論(Number Theory)與其他數學研究項目有極密切的關聯(Griffiths, 1978)。而 Grassmann-Cayley 代數則是用來描述投影幾何空間的一個重要工具。在本文中，藉由 Homogeneous Coordinate 系統與 Grassmann-Cayley 代數探討單張影像投影系統。在本文中，小寫字母 x 代表物體在

影像平面之座標，大寫字母 X 代表物體再物體在三維空間之座標，草寫的英文大小寫字母，如 a 與 P ，分別代表向量與矩陣，這樣的符號運用與表示貫穿全文。

在 Homogeneous Coordinate 系統中，任何一個在二維平面空間幾何物體的座標可以表示成

$$\mathbf{x} = (u, v, w) = \lambda \left(\frac{u}{w}, \frac{v}{w}, 1 \right) \cong (x, y, 1) \text{-----(1)}$$

其中 λ 代表一個非零的比例常數。一般而言，當 (u, v, w) 中的 $w = 0$ 時，代表這一點是距座標原點無窮遠處，具有這樣特性的點被稱為理想點(Ideal Point)。相同地，在三維空間中，任何一幾何體在 Homogeneous Coordinate 系統的座標表示

$$\mathbf{X} = (U, V, W, T) = \lambda \left(\frac{U}{T}, \frac{V}{T}, \frac{W}{T}, 1 \right) \cong (X, Y, Z, 1) \text{-----(2)}$$

在 Grassmann-Cayley 代數中，有兩個非常重要的操作元：一為結合運算元(joining operator)，另一為相交運算元(intersection or meeting operator)。結合運算元在幾何上代表不同幾何體間，藉著結合運算元形成新的幾何體。例如，空間或平面上兩個不同點，藉著結合運算元可以形成新的幾何體-線；又如，空間中一條直線與任何一個不在此直線的點，藉著結合運算元可以形成新的幾何體-平面。另一個重要的運算元是相交運算元，相交運算元藉著不同幾何體間的相遇或相交形成新的幾何體。例如，空間中不重疊或平行的兩條直線，藉著相交運算元，形成新的幾何體-點；空間中，不同的平面藉著相交運算元形成新的幾何體-線。結合運算元在 Grassmann-Cayley 代數之表示符號為 ∇ 。例如，X 與 Y 分別代表三維空間中的點，而 $L(L)$ 則定義為空間中的一條直線方程式。X 與 Y 分別定義為

$$\mathbf{X} = (U_x, V_x, W_x, T_x)^T$$

與

$$\mathbf{Y} = (U_y, V_y, W_y, T_y)^T$$

則在空間中的直線 $L(L)$ 可以藉著 Grassmann-Cayley 代數中結合操作元，結合 X 與 Y 定義出新的幾何體 $L(L)$ ，其數學表示式如下

$$L(L) = L(X \nabla Y) = \begin{pmatrix} \mathbf{Y} - \mathbf{X} \\ \mathbf{X} \times \mathbf{Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_x U_y - T_y U_x \\ T_x V_y - T_y V_x \\ T_x W_y - T_y W_x \\ V_x W_y - V_y W_x \\ W_x U_y - U_x W_y \\ U_x V_y - V_x U_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \\ L_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{L} \\ L_0 \end{pmatrix} \text{-----(3)}$$

其中， L_i 被稱為直線的 Plücker 座標。在 Plücker 座標中的 L_1 、 L_2 與 L_3 分別代表此一直線的方向；至於， L_4 、 L_5 與 L_6 則代表標含此一直線的平面(Brichfield, 1998; Förstner, 2001)。在 Plücker 座標中，不僅能標示此一直線的方向與包含此一直線

的平面，更可以表示此一直線距離座標原點的距離。在 Grassmann-Cayley 代數中，另一個重要的操作元為相交操作元。

相交操作元， Δ ，藉由幾何元件的組合成新的幾何元件。如空間的三維座標點 X、Y 及 Z，這三點經過相交操作元，可以形成空間中的平面，由這三點所形成的平面可以表示成

$$N = \left(\begin{array}{c|c|c|c} \left| \begin{array}{ccc} V_x & V_y & V_z \\ T_x & T_y & T_z \\ W_x & W_y & W_z \end{array} \right| & \left| \begin{array}{ccc} U_x & U_y & U_z \\ W_x & W_y & W_z \\ T_x & T_y & T_z \end{array} \right| & \left| \begin{array}{ccc} U_x & U_y & U_z \\ T_x & T_y & T_z \\ V_x & V_y & V_z \end{array} \right| & \left| \begin{array}{ccc} U_x & U_y & U_z \\ V_x & V_y & V_z \\ W_x & W_y & W_z \end{array} \right| \end{array} \right) \text{-----}(4)$$

至於任何一點落在直線 L(L)，利用 Plücker 座標，此一特性可以表示成

$$AX = 0 \text{-----}(5)$$

其中，

$$A = \begin{pmatrix} L_4 & L_5 & L_6 & 0 \\ 0 & -L_3 & L_2 & L_4 \\ -L_3 & 0 & L_1 & L_5 \\ -L_2 & L_1 & 0 & L_6 \end{pmatrix}$$

Grassmann-Cayley 代數中有一幾何特性被稱為 Duality。例如，空間中任何不相同的兩點可以藉著結合運算元形成一條直線；相同地，此一直線亦可藉著不同平面與相交運算元決定。同一幾何物體，可以藉著結合與相交運算元產生。這樣的 Duality 特性提供一簡單的處理幾何元件的方法。例如，L(L)是兩個平面 A 與 B 相交所形成的直線，則此直線可以表示成

$$L(L) = A\Delta B = \overline{A\nabla B} \text{-----}(6)$$

其中， $\overline{A\nabla B}$ 為 $A\Delta B$ 另一種表示方式。三維直線 L(L)與其雙重表示線 $\overline{L}(\overline{L})$ 在 Plücker 座標中期表示式分別為

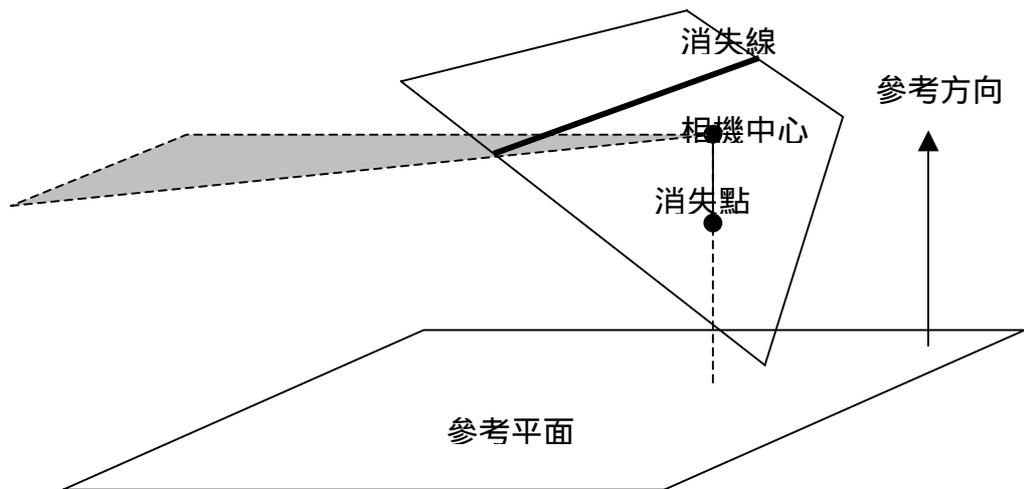
$$L = (L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6)^T \text{ 與 } \overline{L} = (L_4, L_5, L_6, L_1, L_2, L_3)^T$$

這直線 L(L) 與 $\overline{L}(\overline{L})$ 滿足 Plücker 條件

$$L_1L_4 + L_2L_5 + L_3L_6 = \frac{1}{2}L^T\overline{L} = 0 \text{-----}(7)$$

參、單張影像的幾何模組

從單張影像成像原理是引用針孔相機(Pin-Hole Camera)的成像原理。其成像之幾何原理如圖一所示。在本研究中亦假設參考平面為一水平面。消失線與參考平面為平行，物件在消失線上方，距相機位置較遠；反之，在消失線下方，物體距相機位置較近。



圖一、單張相片丞項基本幾何原理

在本研究中，單張相片的三維資訊攫取分成兩部分：物體在空間中的平面位置與物體在真實空間中與參考平面間的相對距離高度。物體在空間中的平面位置是藉由量測影像中物體的影像座標決定。令 X 代表物體在真實世界的平面均質座標 $(U, V, 1)$ ， x 代表其所對應在影像平面的均質座標 $(u, v, 1)$ ，則 X 與 x 的轉換關係是可以表示成(Criminisi, 1998)，

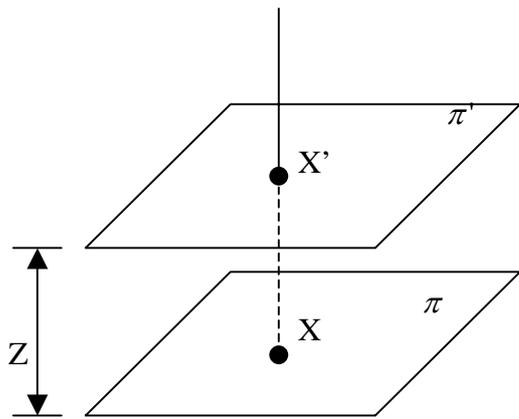
$$\begin{aligned} h_{11}u + h_{12}v + h_{13} &= h_{31}uU + h_{32}vU + h_{33}U \\ h_{21}u + h_{22}v + h_{23} &= h_{31}uV + h_{32}vV + h_{33}V \end{aligned} \quad \text{-----(8)}$$

或簡化成矩陣表示式，如下式所示

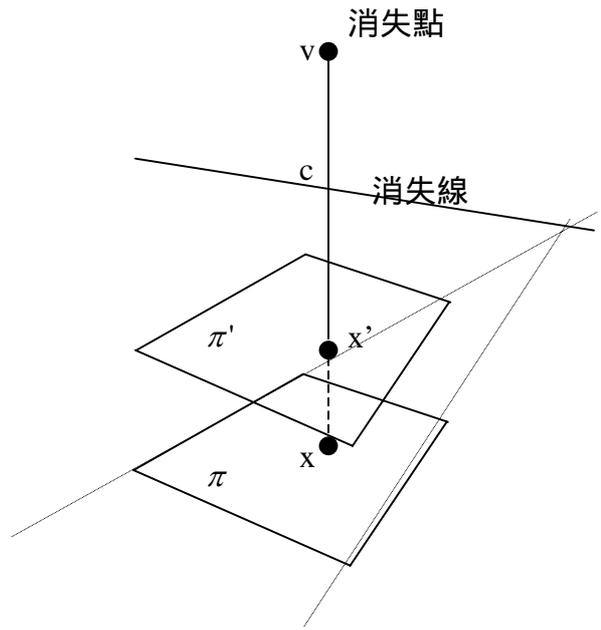
$$\begin{bmatrix} u_1 & v_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_1U_1 & -v_1U_1 & -U_1 \\ 0 & 0 & 0 & u_1 & v_1 & 1 & -u_1V_1 & -v_1V_1 & -V_1 \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 0 & u_4 & v_4 & 1 & -u_4V_4 & -v_4V_4 & -V_4 \end{bmatrix}_{8 \times 9} H = 0 \quad \text{-----(9)}$$

其中， $H^T = [h_{11} \ h_{12} \ h_{13} \ h_{21} \ h_{22} \ h_{23} \ h_{31} \ h_{32} \ h_{33}]^T$ 。在 H 矩陣中的 9 個轉換係數，可藉著尋找空間平面(參考平面)上，至少 4 個已知的相對座標點與所對應的相片座標點求出。因此，對於任何一個位於此參考平面平行的空間座標，可以藉由量測其所對應的影像座標與(9)式中的係數而決定。

至於，其所對應的相對高程(從參考平面起算)是藉著從空間轉換至影像平面中所保留不變的幾何關係求出。在單張影像中，由於拍攝的角度等因素之影響，在真實空間中兩條平行線，往往在投影至影像平面上，造成影像中的對應兩直線，交於影像平面中某處，而這交點被稱為消失點(Vanishing Point)且這些線亦被稱為消失線。在本文所討論的單張影像中，是假設參考平面所形成的消失線可以藉由從影像所量測的影像座標計算形成。基本的單張影像、消失點與消失線間之幾何關係可見於圖二。



圖二(a)、在真實世界中兩個平行平面 π 與 π' 且其距離為 Z 。



圖二(b)、所拍攝影像中，消失點、消失線與平面間之相互投影情形。

在攝影成像原理中，僅有少數的幾何關係的以保持不變，而 Cross-Ratio 正是最常被普遍使用的幾何關係。從單張影像，從圖二所顯現之 Cross-Ratio 可以表示成

$$\frac{d(x, c)d(x', v)}{d(x', c)d(x, v)} = \frac{d(X, C)d(X', V)}{d(X', C)d(X, V)} \text{-----(10)}$$

其中， $d()$ 代表計算兩點間之距離函數。另外，又由於圖二所示，影像中的消失點，在實際的三維空間中是位於無窮遠處，此意味 $\frac{d(X', V)}{d(X, V)}$ 是等於 1。因此，如果相機

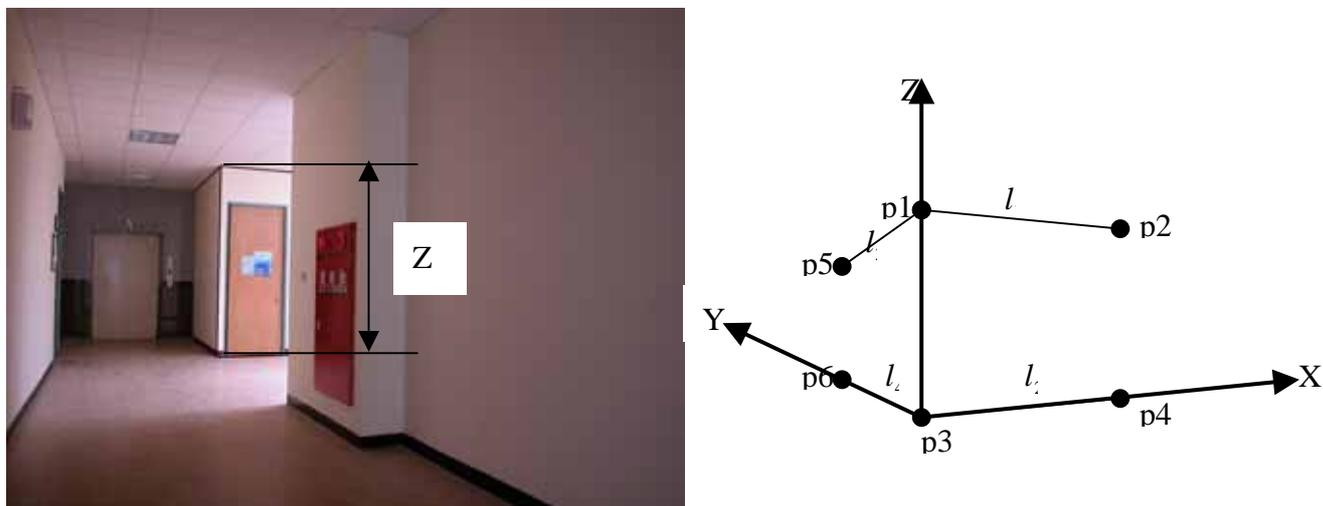
所在位置與參考平面 π 的距離為 Z_c ，則方程式(11)可以被改寫成

$$\frac{Z}{Z_c} = 1 - \frac{d(x', c)d(x, v)}{d(x, c)d(x', v)} \text{-----(11)}$$

從方程式(1)可以獲知，若能知道任一與參考面平行平面與參考平面間的距離 Z_c ，則未知距離 Z 可以藉著量測影像平面上的影像座標計算而得。

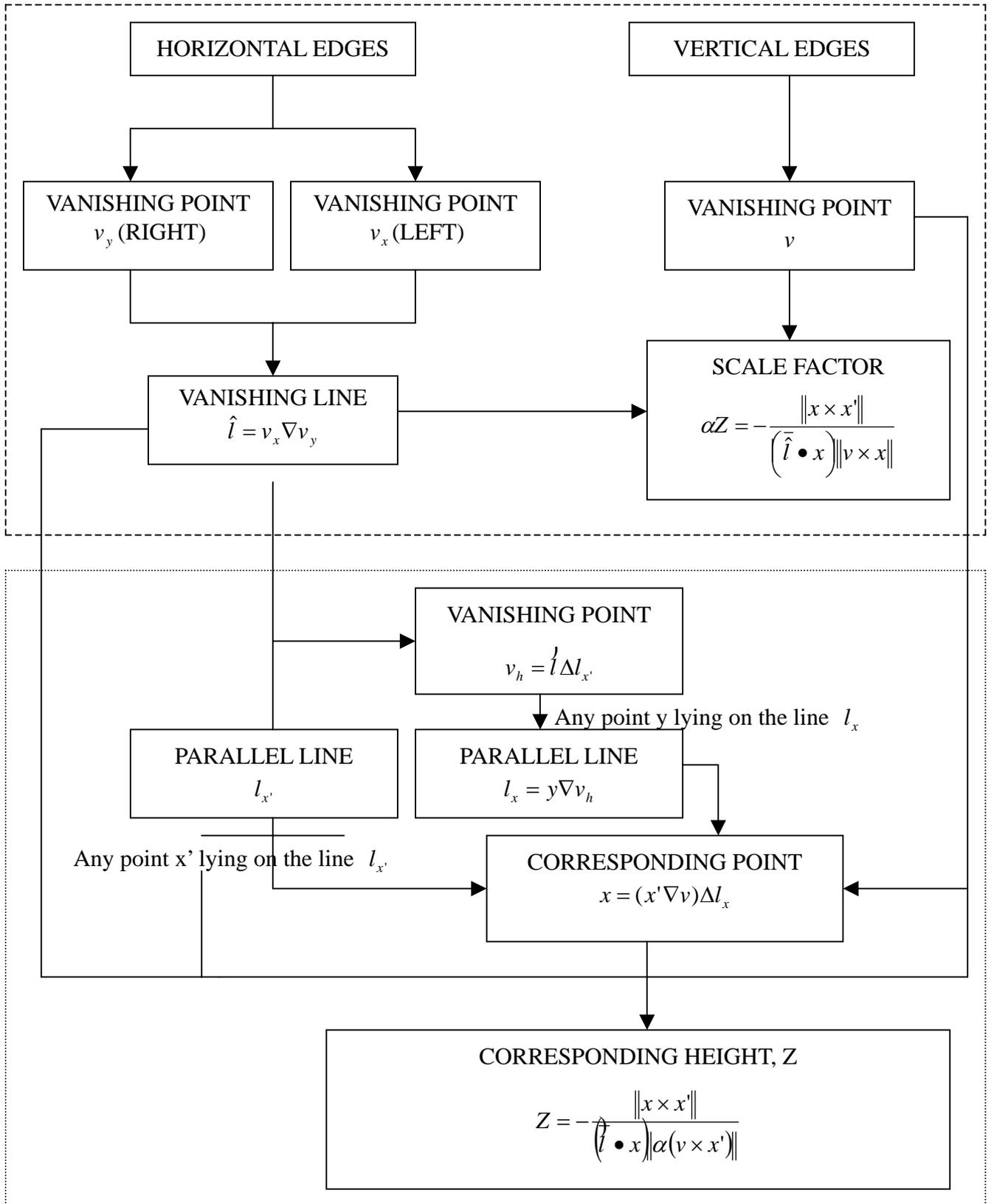
肆、處理流程與應用例子

本節探討如何利用 Grassmann-Cayley 代數從單張影像中攫取空間資訊。圖三顯示所應用於測試的影像及其示意圖。



圖三、室內測試影像與示意圖。

在攫取空間資訊上，必須先由消失線計算出消失點在影像平面上的位置。消失點主要可以分成兩類：垂直消失點與水平消失點。垂直消失點 v 可藉由 $e_1 \Delta e_2$ 相交運算元所組成，其中 e_1 與 e_2 代表影像中垂直的特徵構件(亦即 Edge)。水平消失點有可分成左右各一點， v_1 與 v_2 。相同地， v_1 與 v_2 可分別由消失線所形成的特徵構件相交而形成。藉著 v_1 與 v_2 的結合操作元，形成通過 v_1 與 v_2 的一條消失線， l 。 l_x 示意條平行線，可以藉由在此線上的任兩點所組成。 v_h 被定義成 l 與 l_x 的交點，表示成 $v_h = l_x \Delta l$ 。線 l_x 是一條平行 l_x 的直線，藉由結合 v_h 與任何在 l_x 上的點所組成。從 l_x 上選一點 x' ，使得其所對應在 l_x 上的點，可以被決定， $x = (x' \nabla v) \Delta l_x$ 。最後藉由影像座標 x' 與 x ，與方程式(11)計算兩點間在三維空間環境下的真實距離。整個計算流程詳見圖四。圖三中相對距離藉由圖四所顯示的流程求出的距離為 242.89cm，與實際重複量測此兩點的距離為 239.00cm，僅有 3.89cm 的差異，計算成果令人鼓舞。



圖四、高程計算流程

伍、討論與未來發展

Grassmann-Cayley 代數代表在投影空間中的幾何物體，使得在推論幾何物件在二維與三維的投影空間內較為貼近實際。從單張影像中，空間資訊的攫取主要來源有二：一是靠著 4 個以上落在參考面上的實際座標與其在影像平面上所對應的影像座標所形成的轉換關係式；另一個是靠著影像中的消失點、消失線與已知距離來決定物體在真實空間相對於參考平面之距離。因此，從單張影像攫取影像所包含的空間資訊時，所攫取空間資料的正確性是隨著轉換關係式、影像消失點與影像消失線的正確性而定。本研究將針對轉換關係、影像消失點與影像消失線等，對於其量測所產生的誤差，其誤差傳播情形進行探討。本次研究針對室內場景進行探討，未來將針對戶外現場肇事現場進行實地測試，期能將單一相片所蘊藏的空間資訊正確地進行攫取，並快速將所攫取的結果展繪成肇事現場圖，提供肇事原因鑑定之依據。三維的肇事現場重建，提供不同角度之現場圖，也正是未來研究的重點。

參考文獻

1. Wolf, P., 1983. Elements of Photogrammetry, McGraw-Hill Book Company.
2. Mikhail, E., Bethel, J., McGlone, J. 2001, Introduction to Modern Photogrammetry, John Wiley & Sons, Inc.
3. Baker, S., Frick, L., 1986. The Traffic Accident Investigation Manual, the Traffic Institute of Northwestern University, Evanston, Illinois.
4. River, R., 1980. Traffic Accident Investigation Handbook, ISBN 0-398-03917-8.
5. Carlsson, S., 1994. "Multiple image invariances using the double algebra," Applications of Invariance in Computer Vision, Vol. 825 of Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag, pp. 145-164.
6. Faugeras, O and Papadopoulo, T., 1997. "Grassmann-Cayley algebra for modeling systems of cameras and the algebraic equations of the manifold of trifocal tensors," Technical Report 3225, INRIA, Sophia Antipolis.
7. Reid, I and Zisserman, A., 1996. "Goal-directed video metrology," Proc. 4th European Conference on Computer Vision, VOL II, pp.647-658.
8. Kim, T., Seo, Y., Hong, K., 1998. "Physical-based 3D position analysis form a soccer ball from monocular image sequences," Proceeding International Conference on Computer Vision, pp. 721-726.
9. Criminisi, A., Reid, I. and Zisserman, A., 2000. "Single View Metrology," International Journal of Computer Vision, VOL. 40, pp. 143-148.
10. Griffiths, P. and Harris, J., 1978. Principles of Algebraic Geometry, John Wiley & Sons, INC.

11. Birchfield, S., 1998. An Introduction to Projective Geometry (for computer vision), unpublished personal note, Department of Electrical Engineering, Stanford University.
12. Förstner, W., 20001. "Direct optimal estimation of geometric entities using algebraic projective geometry," Festschrift anlich des 60. Geburtstages von Prof. Dr.-Ing. Bernhard Wrobel, TU Darmstadt.
13. Criminisi, A., Reid, I. and Zisserman, A., 1999. "A Plane Measuring Device," Image and Vision Computing, VOL. 17, No. 8, pp. 625-634.
14. 王瑩瑋, 1996. 以單張影像攝影測量還原肇事現場之研究, 成功大學交通管理科學研究所博士論文。